Problemas de Métodos Matemáticos IV

Ecuaciones diferenciales ordinarias y funciones especiales

Boletín 6

Diciembre de 2009

---

52. Resolver
$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{1}{x}\frac{dy}{dx} = f(x),$$
con condiciones de contorno $y(0) = 0$ e $y(1) = 0$.

53. Resolver
$$\frac{d^2y}{dx^2} - y(x) = f(x),$$
con condiciones de contorno $y(-\infty) = 0$ e $y(\infty) = 0$.

54. Encontrar la solución del problema de contorno:
$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x}\frac{dy}{dx} - \frac{l(l+1)}{x^2}y(x) = \mathrm{e}^{-x},$$
con condiciones de contorno $y(0) = 0$ e $y'(\infty) = 0$.

55. Resolver
$$\frac{d^2y}{dx^2} = 4,$$
con condiciones de contorno $y(0) = 2$ e $y(1) = 3$.

56. Resolver
$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + 2y(x) = f(x),$$
con condiciones de contorno $y(1) = 1$ e $y'(2) = 0$.

57. Averiguar la trayectoria del oscilador armónico, de masa m, que esta conectado con el origen con una fuerza restauradora constante $m\omega^2$, sobre el cual ejercemos una fuerza dependiente del tiempo $F(t)$, si suponemos que el oscilador esta en reposo y sin desplazamiento en el instante $t = 0$ y vuelve a su posicion original en el instante $t = 1$.

NOTA: La ecuación que deberemos resolver en este caso tiene la forma:
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -m\omega^2 x(t) + F(t),$$
donde $x(0) = 0$ y $x(1) = 0$. x representa el desplazamiento, que depende del tiempo t.